

# 数学（80分）

【コース1（基本, Basic）・コース2（上級, Advanced）】

※ どちらかのコースを一つだけ選んで解答してください。

**I 試験全体に関する注意**

1. 係員の許可なしに、部屋の外に出ることはできません。
2. この問題冊子を持ち帰ることはできません。

**II 問題冊子に関する注意**

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見ないでください。
2. 試験開始の合図があったら、下の欄に、受験番号と名前を、受験票と同じように記入してください。
3. コース1は1～9ページ、コース2は11～21ページにあります。
4. 足りないページがあったら手をあげて知らせてください。
5. 問題冊子には、メモや計算などを書いてもいいです。

**III 解答用紙に関する注意**

1. 解答は、解答用紙に鉛筆（HB）で記入してください。
2. 問題文中のA, B, C, …には、それぞれ－（マイナスの符号）、または、0から9までの数が一つずつ入ります。あてはまるものを選び、解答用紙（マークシート）の対応する解答欄にマークしてください。

**解答方法に関する注意**

- (1) 根号（ $\sqrt{\quad}$ ）の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。  
 (例： $\sqrt{12}$ のときは、 $2\sqrt{3}$ と答えます。)
- (2) 符号は分子につけ、分母・分子は既約分数（reduced fraction）にして答えてください。

(例： $\frac{2}{6}$ は $\frac{1}{3}$ 、 $-\frac{2}{\sqrt{6}}$ は $-\frac{2\sqrt{6}}{6}$ と有理化してから約分し、 $-\frac{\sqrt{6}}{3}$ と答えます。)

- (3)  $\frac{\boxed{A}\sqrt{\boxed{B}}}{\boxed{C}}$ に $\frac{-\sqrt{3}}{4}$ と答える場合は、以下のようにマークしてください。

- (4)  $\boxed{DE}x$ を $-x$ とするとき、Dを－、Eを1とし、以下のようにマークしてください。

**【解答用紙】**

A	<input checked="" type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
B	<input type="radio"/>	0	1	2	<input checked="" type="radio"/>	4	5	6	7	8	9
C	<input type="radio"/>	0	1	2	3	<input checked="" type="radio"/>	5	6	7	8	9
D	<input checked="" type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
E	<input type="radio"/>	0	<input checked="" type="radio"/>	2	3	4	5	6	7	8	9

3. 解答用紙に書いてある注意事項も必ず読んでください。

※ 試験開始の合図があったら、必ず受験番号と名前を記入してください。

受験番号			*				*					
名前												

# 数学 コース 2

(上級コース)

## 「解答コース」記入方法

解答コースには「コース1」と「コース2」がありますので、どちらかのコースを一つだけ選んで解答してください。「コース2」を解答する場合は、右のように、解答用紙の左上にある「解答コース」の「コース2」を○で囲み、その下のマーク欄をマークしてください。選択したコースを正しくマークしないと、採点されません。

< 解答用紙記入例 >

解答コース Course	
コース 1 Course 1	<div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px; display: inline-block;">           コース 2 Course 2         </div>
○	●

I

問 1 次の2つの条件を満たす2次関数を求めよう:

- (i)  $x = 1$  と  $x = 5$  で同じ値をとる。
- (ii)  $-2 \leq x \leq 6$  における最大値は 30 であり, 最小値は  $-20$  である。

求める2次関数を

$$y = ax^2 + bx + c$$

とおくと, 条件(i)より

$$b = -\boxed{\text{A}}a$$

を得る。さらに, この2次関数は条件(ii)を満たすから

$$\begin{cases} -\boxed{\text{B}}a + c = -20 \\ \boxed{\text{CD}}a + c = 30 \end{cases}$$

または

$$\begin{cases} -\boxed{\text{B}}a + c = 30 \\ \boxed{\text{CD}}a + c = -20 \end{cases}$$

を得る。したがって, 求める2次関数は

$$y = \boxed{\text{E}}x^2 - \boxed{\text{FG}}x - \boxed{\text{H}}$$

と

$$y = -\boxed{\text{I}}x^2 + \boxed{\text{JK}}x + \boxed{\text{LM}}$$

である。

数学-14

問 2  $P = 6ab + 9a - 4b - 6$  とする。

(1)  $P$  は

$$P = (\boxed{\text{N}}a - \boxed{\text{O}})(\boxed{\text{P}}b + \boxed{\text{Q}})$$

と因数分解できる。

(2)  $a = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ,  $P = \sqrt{3} - \sqrt{2}$  のとき,  $b = \frac{\sqrt{\boxed{\text{R}}} - \boxed{\text{S}}}{\boxed{\text{T}}}$  である。

(3)  $P = 17$  を満たす整数  $a, b$  の組は

$$(a, b) = (\boxed{\text{U}}, \boxed{\text{V}}), (a, b) = (\boxed{\text{WX}}, \boxed{\text{YZ}})$$

の 2 組である。

---

注) 因数分解する : factorize

$\boxed{\text{I}}$  の問題はこれで終わります。

**II**

等比数列  $\{a_n\} (n = 1, 2, 3, \dots)$  は、初項から第 10 項までの和が 93 であり

$$a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + a_7 - a_8 + a_9 - a_{10} = 31$$

を満たす。このとき

(1)  $\{a_n\}$  の公比は  $\frac{\boxed{A}}{\boxed{B}}$  , 初項は  $\frac{\boxed{CDE}}{\boxed{FG}}$  である。

(2) また

$$1 - \frac{a_1}{a_2} + \frac{a_1}{a_3} - \frac{a_1}{a_4} + \frac{a_1}{a_5} - \frac{a_1}{a_6} + \frac{a_1}{a_7} - \frac{a_1}{a_8} + \frac{a_1}{a_9} - \frac{a_1}{a_{10}} = -\boxed{HIJ}$$

である。

注) 等比数列 : geometric progression , 公比 : common ratio

**II** の問題はこれで終わりです。 **II** の解答欄 **K** ~ **Z** は空欄のままにしてください。

III

正の実数  $a$  に対して,  $x$  の方程式

$$2^{x^2+6} = a^{2x-5} \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

の解の個数を調べよう。

① は

$$x^2 - \boxed{\text{A}} (\log_2 a)x + \boxed{\text{B}} \log_2 a + \boxed{\text{C}} = 0$$

と変形できる。この 2 次方程式の判別式を  $D$  とおくと

$$\frac{D}{4} = (\log_2 a + \boxed{\text{D}})(\log_2 a - \boxed{\text{E}})$$

となる。したがって

$$\frac{\boxed{\text{F}}}{\boxed{\text{G}}} < a < \boxed{\text{HI}} \quad \text{のとき, 解は } \boxed{\text{J}} \text{ 個}$$

$$a = \frac{\boxed{\text{F}}}{\boxed{\text{G}}}, \boxed{\text{HI}} \quad \text{のとき, 解は } \boxed{\text{K}} \text{ 個}$$

$$a < \frac{\boxed{\text{F}}}{\boxed{\text{G}}}, \boxed{\text{HI}} < a \quad \text{のとき, 解は } \boxed{\text{L}} \text{ 個}$$

である。

また

$$a = \frac{\boxed{\text{F}}}{\boxed{\text{G}}} \quad \text{のとき, } \textcircled{1} \text{ の解は } \boxed{\text{MN}}$$

であり

$$a = \boxed{\text{HI}} \quad \text{のとき, } \textcircled{1} \text{ の解は } \boxed{\text{O}}$$

である。

注) 判別式 : discriminant

- 計算欄 (memo) -

III の問題はこれで終わりです。III の解答欄 P ~ Z は空欄のままにしてください。

IV

問 1 関数  $f(x)$  の導関数は  $x^2 + x - 1$  である。さらに、 $y = f(x)$  のグラフが直線  $y = x + 1$  と接しているとき、 $f(x)$  を求めよう。

まず、 $y = f(x)$  と  $y = x + 1$  の接点の座標を求めよう。接線の傾きが  $\boxed{\text{A}}$  であるから

$$x^2 + x - \boxed{\text{B}} = 0$$

を解くと、接点の  $x$  座標  $\boxed{\text{CD}}$ 、 $\boxed{\text{E}}$  が求まる。よって、接点の座標は

$$(\boxed{\text{CD}}, \boxed{\text{FG}}) \text{ または } (\boxed{\text{E}}, \boxed{\text{H}})$$

となる。

したがって、求める  $f(x)$  は

$$y = f(x) = \frac{1}{\boxed{\text{I}}} x^3 + \frac{1}{\boxed{\text{J}}} x^2 - x - \frac{\boxed{\text{K}}}{\boxed{\text{L}}} \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

または

$$y = f(x) = \frac{1}{\boxed{\text{I}}} x^3 + \frac{1}{\boxed{\text{J}}} x^2 - x + \frac{\boxed{\text{MN}}}{\boxed{\text{O}}} \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

である。

さらに、 $\textcircled{1}$  のグラフは  $\textcircled{2}$  のグラフを  $y$  軸方向に平行移動したものであるから、 $\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$  のグラフと 2 つの直線  $x = \boxed{\text{CD}}$ 、 $x = \boxed{\text{E}}$  によって囲まれる部分の面積は  $\frac{\boxed{\text{PQ}}}{2}$  である。

注) 導関数 : derivative



- 計算欄 (memo) -

問 2 関数

$$f(x) = |\sin 2x| \cos 2x \quad (0 \leq x \leq \pi)$$

は  $x = \frac{\pi}{\boxed{\text{R}}}$ ,  $x = \frac{\boxed{\text{S}}}{\boxed{\text{T}}}\pi$  で極大値  $\frac{1}{\boxed{\text{U}}}$  をとり, また,  $x = \frac{\pi}{\boxed{\text{V}}}$  のときも極大値  $\boxed{\text{W}}$  をとる。

関数  $y = f(x)$  のグラフと  $x$  軸が囲む図形の面積を  $S$  とおくと

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx = \frac{\boxed{\text{X}}}{\boxed{\text{Y}}}$$

に注意して

$$S = \boxed{\text{Z}}$$

を得る。

- 計算欄 (memo) -

Ⅳ の問題はこれで終わりです。

コース 2 の問題はこれですべて終わりです。

解答用紙の Ⅴ は空欄のままにしてください。

この問題冊子を持ち帰ることはできません。

〈数 学〉

コース 1

問	I								
	問 1					問 2			
解答欄	A	B	CD	EFGH	IJKLM	NOPQ	RST	UV	WXYZ
正解	6	9	16	2122	21212	3223	264	17	-5-2

問	II								
	問 1					問 2			
解答欄	ABC	DE	FGH	IJ	KL	M	NOP	Q	R
正解	210	21	370	37	27	2	-29	7	9

問	III						
解答欄	AB	CDE	FG	HI	JKL	MNO	PQR
正解	60	120	62	30	150	438	253

問	IV									
解答欄	A	B	CD	E	F	G	H	I	J	
正解	2	6	-4	1	2	6	3	2	1	

コース 2

問	I									
	問 1					問 2				
解答欄	A	B	CD	EFGH	IJKLM	NOPQ	RST	UV	WXYZ	
正解	6	9	16	2122	21212	3223	264	17	-5-2	

問	II				III							
	解答欄	AB	CDEFG	HIJ	ABC	DE	FG	HI	J	K	L	MN
正解	12	51211	341	256	16	12	64	0	1	2	-1	6

問	IV										
	問 1										
解答欄	A	B	CD	E	FG	H	IJ	KL	MNO	PQ	
正解	1	2	-2	1	-1	2	32	73	136	27	

問	IV						
	問 2						
解答欄	R	ST	U	V	W	XY	Z
正解	8	78	2	2	0	14	1